Patrones, Generalización y Estrategias Inductivas de Estudiantes de 3º y 4º de Educación Secundaria Obligatoria en el Problema de las Baldosas

María C. Cañadas, Encarnación Castro y Enrique Castro

En este trabajo describimos los patrones y la generalización que llevan a cabo 359 estudiantes de 3º y 4º de Educación Secundaria Obligatoria en la resolución del problema de las baldosas. Prestamos especial atención a los tipos de patrones identificados, a la forma en que los estudiantes expresan la generalización y, mediante la descripción de las estrategias inductivas, presentamos algunas características de la generalización referentes a los elementos y a los sistemas de representación utilizados.

Términos clave: Estrategias; Generalización; Patrones; Problema de las baldosas; Razonamiento inductivo; Resolución de problemas

Patterns, Generalization and Inductive Strategies of Secondary Students Working on the Tiles Problem

In this paper we explore the patterns and the generalization developed by 359 students in years 9 and 10 in the resolution of the tiles problem. We pay special attention to the kinds of patterns identified, to the written ways in which students express generalization and, using inductive strategies, we present some characteristics of the generalization relating to the elements and the representations used.

Keywords: Generalization; Inductive reasoning; Patterns; Problem solving; Strategies; Tiles problem

Este trabajo forma parte de una investigación más amplia cuyo objetivo general es describir y caracterizar el razonamiento inductivo que emplean estudiantes de 3º y 4º de Educación Secundaria Obligatoria (ESO). Para ello hemos construido, como instrumento de recogida de información, una prueba escrita conformada

Cañadas, M. C., Castro E. y Castro, E. (2008). Patrones, generalización y estrategias inductivas de estudiantes de 3º y 4º de Educación Secundaria Obligatoria en el problema de las baldosas. *PNA, 2*(3), 137-151.

por seis problemas que pueden ser resueltos utilizando razonamiento inductivo. La característica matemática común de los problemas es que se observa un patrón cuya generalización se puede expresar mediante progresiones aritméticas de órdenes 1 y 2.

En la primera parte de este artículo presentamos algunos aspectos teóricos y metodológicos de esta investigación. En la segunda parte nos centramos en la parte del análisis de datos realizado sobre las producciones de los estudiantes en el problema de las baldosas. Este análisis nos lleva a la obtención de los resultados y las conclusiones que presentamos en las dos últimas partes de este artículo.

Razonamiento Inductivo y Resolución de Problemas

Consideramos que el razonamiento inductivo es un proceso cognitivo que permite avanzar en el conocimiento mediante la obtención de más información de la que aportan los datos iniciales con los que se inicia el proceso. Este tipo de razonamiento da lugar al conocimiento científico a través del descubrimiento de leyes generales a partir de la observación de casos particulares (Neubert y Binko, 1992). Según esta concepción, defendida desde los matemáticos clásicos como Hermite (véase Polya, 1962-1965), Poincaré (1902/1963) o Pólya (1945/1965, 1962-1965, 1966), hasta asociaciones como la National Council of Teachers of Mathematics (2003), la inducción es un medio potente para la adquisición de conocimiento, para realizar descubrimientos matemáticos y para poner a los alumnos en una situación semejante a la de un matemático en su quehacer científico.

Pasos del Razonamiento Inductivo

Pólya identifica unos *pasos*[1] en el proceso de razonamiento inductivo, los cuales permiten la sistematización del trabajo relacionado con el mismo. El proceso se iniciaría con casos particulares, pasaría por la formulación de una conjetura, y se llegaría a la comprobación de la conjetura con nuevos casos particulares. Consideramos estos pasos como una aproximación a un *modelo ideal* del razonamiento inductivo. Con base en este modelo, Cañadas y Castro (2007) proponen siete pasos para la descripción de este razonamiento: (a) trabajo con casos particulares, (b) organización de casos particulares, (c) identificación de un patrón, (d) formulación de conjetura, (e) justificación de conjetura (basada en casos particulares), (f) generalización y (g) demostración.

En este trabajo nos centramos en dos de estos pasos: la identificación de un patrón y la generalización. La importancia de los patrones en el estudio del proceso de generalización que llevan a cabo estudiantes ha sido puesta de manifiesto

---

[1] Damos el nombre de *pasos* a los diferentes elementos individuales que se pueden diferenciar en todo el proceso de razonamiento inductivo

en diversas investigaciones como las de Fou-Lai y Kai-Lin (2004), Mason (1996) o Stacey (1989).

El razonamiento se ve relacionado con la resolución de problemas y con las representaciones que hacen los sujetos en el proceso de resolución (Stenning y Monaghan, 2005). Los problemas relacionados con la búsqueda de patrones y las secuencias numéricas han sido planteados, en ocasiones, en contextos pictóricos para probar con un formato alternativo a las listas de números (Castro, 1995; García, 1998). Considerando que la componente visual puede jugar un papel crucial en el desarrollo del razonamiento, otras investigaciones como las de Orton, Orton y Roper (1999) y Radford (2000) muestran que el sistema de representación gráfico es una opción potente cuando se trata de identificar estrategias utilizadas por los estudiantes en tareas relacionadas con la generalización lineal. Sin embargo, la generalización no siempre encuentra un aliado en la visualización, como ponen de manifiesto Orton y Orton (1994).

Inducción como Estrategia de Resolución de Problemas

Las estrategias se pueden considerar como los métodos que conducen a la solución de problemas de cualquier tipo. Uno de los heurísticos que Pólya considera en la resolución de problemas es la inducción, que trata de proporcionar regularidad y coherencia a los datos obtenidos a través de la observación (Pólya, 1945/1965; 1966).

Desde la Educación Matemática, las estrategias se definen como las

> *formas de actuación o ejecución de tareas matemáticas, se ejecutan sobre representaciones de conceptos y relaciones. Las estrategias operan dentro de una estructura conceptual y suponen cualquier tipo de procedimiento que pueda ejecutarse, teniendo en cuenta las relaciones y los conceptos implicados.* (Rico, 1997a, p. 31)

Estrategias Inductivas

Para la descripción de las estrategias, partimos de las progresiones aritméticas como contenido matemático involucrado en el problema. La descripción del contenido matemático[2], nos lleva a considerar los términos k-ésimos de la progresión (casos particulares) y el término general de la misma, como elementos implicados en el proceso inductivo; los sistemas de representación en los que se pueden expresar éstos; así como las posibles transformaciones que los estudiantes pueden realizar. En este contexto, las *estrategias inductivas* son un tipo de estrategias que se pueden describir en problemas donde la inducción se puede utilizar como heurístico (Cañadas, 2007).

---

[2] Hacemos esta descripción con base en la estructura conceptual y los sistemas de representación, dos de los organizadores del currículo de matemáticas que considera Rico (1997b) y que Gómez (2007) utiliza en el análisis de contenido.

Hay acuerdo en que para pensar y razonar sobre ideas matemáticas es necesario hacerse una representación interna de las mismas. Para comunicar estas ideas es preciso presentarlas externamente para que sea posible dicha comunicación (Castro, 1995; Hiebert y Carpenter, 1992). En este trabajo nos centramos en las representaciones externas[3] que utilizan los estudiantes en la resolución de problemas.

Nuestro interés se centra en analizar el razonamiento inductivo de los estudiantes en la resolución de problemas, a través del análisis de sus producciones escritas (representaciones externas). En la Figura 1 recogemos algunas ideas que permiten ubicar este interés, las principales conexiones establecidas y el modo en que abordamos el trabajo en el contexto de la resolución de problemas.

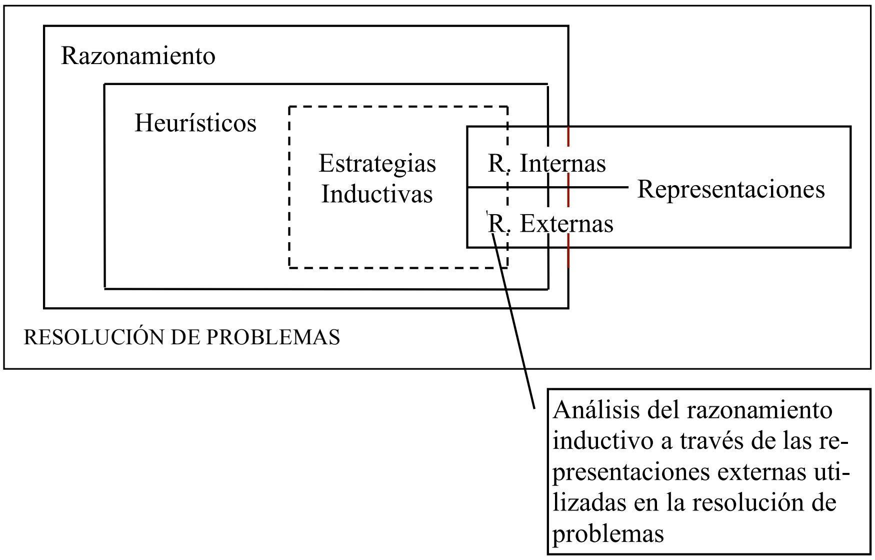


Figura 1. *Inducción y resolución de problemas*

Marco Metodológico

Sujetos y Prueba

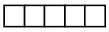
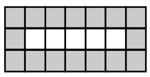
En la investigación participaron 359 estudiantes de 3º y 4º de ESO, seleccionados intencionalmente, de cuatro centros públicos de Cúllar-Vega, Granada, Madrid y Teruel.

[3] Entendemos que las "representaciones externas son los enunciados en el lenguaje natural, las fórmulas algebraicas, las gráficas, las figuras geométricas, entre otras muchas, son el medio por el cual los individuos exteriorizan sus imágenes y representaciones mentales haciéndolas accesibles a los demás" (Rico, 1997b, p. 101).

La prueba se aplica en el centro educativo y en las aulas habituales de los estudiantes, en una de sus horas lectivas de matemáticas. Los alumnos debían trabajar individualmente en los problemas que constituyen la prueba, sin interacción alguna.

Problema de las Baldosas

El enunciado del problema de las baldosas presentado a los estudiantes es:

> *Imagina que tienes unas baldosas cuadradas blancas y otras baldosas cuadradas grises. Las baldosas blancas y las baldosas grises son del mismo tamaño. Hacemos una fila con las baldosas blancas:*
>
> 
>
> *Rodeamos las baldosas blancas con baldosas grises, tal y como muestra el dibujo:*
>
> 
>
> *- ¿Cuántas baldosas grises necesitarías si tuvieras 1320 baldosas blancas y quisieras rodearlas de la forma que lo hemos hecho en el dibujo?*
>
> *- Justifica tu respuesta.*

Información Recogida

La información obtenida sobre el trabajo que realizan los estudiantes son las producciones escritas de éstos, así como las anotaciones que tomó la investigadora en el aula durante la realización de la prueba.

ANÁLISIS DE DATOS

En este artículo nos centramos en parte del análisis de las variables consideradas dependientes en esta investigación: pasos de razonamiento inductivo (pasos), respuesta y estrategias inductivas. Se trata de variables cualitativas nominales.

Pasos: Patrones y Generalización

Pasos es una variable multidimensional cuyos valores son los pasos del modelo teórico de razonamiento inductivo. Cada uno de esos pasos es una variable dicotómica, con los valores 1 y 0, según si un estudiante realiza o no el paso.

Nos centramos en el patrón identificado y en la generalización. Llevamos a cabo un análisis cuantitativo de datos basado en las frecuencias de realización de los pasos. En el caso de los patrones, identificamos los tipos de patrones que detectan los estudiantes y si éstos son o no adecuados para el problema de las baldosas.

Para analizar la posible relación entre la identificación de patrones y la generalización, realizamos un análisis de (in)dependencia estadística basada en la chi-cuadrado. En este análisis tuvimos en cuenta sólo a los estudiantes que respondieron al problema (307) y analizamos las respuestas nulas por separado, ya que otra consideración podía descompensar los resultados.

Estrategias Inductivas

Los valores de la variable estrategia inductiva en el problema de las baldosas son todas las estrategias inductivas identificadas en las producciones de los estudiantes. A cada estudiante le corresponde una única estrategia inductiva en el problema considerado. Seguimos el procedimiento descrito por Cañadas y Castro (2006) para identificar las estrategias inductivas que emplean los estudiantes. Este procedimiento tiene en cuenta los elementos de las progresiones que los estudiantes utilizan en la resolución del problema y las transformaciones entre los sistemas de representación que llevan a cabo. Cada estrategia inductiva queda determinada por una secuencia de transformaciones.

Considerando los tres posibles tipos de transformaciones entre los términos k-ésimos y el término general como elementos involucrados: (a) en el mismo sistema de representación de un mismo elemento, (b) entre diferentes representaciones de un mismo elemento y (c) entre representaciones de diferentes elementos. En la Tabla 1 recogemos todas las posibles transformaciones según las formas en las que se pueden representar los términos k-ésimos y los términos generales. En cada celda aparece cómo hemos designado cada transformación.

Tabla 1
Transformaciones entre sistemas de representación

	Sistema de representación			
Sistema de representación	Numérico	Algebraico	Gráfico	Verbal
De un término k-ésimo a un término k-ésimo				
Término k-ésimo	Término k-ésimo			
Numérico	TSN		T3	T5
Gráfico	T1		TSG	T6
Verbal	T2		T4	TSV
De un término general a un término general				
Término general	Término general			
Algebraico		TSA		T8
Verbal		T7		TSV

Tabla 1
Transformaciones entre sistemas de representación

		Sistema de representación				
Sistema de representación	Numérico	Algebraico		Gráfico	Verbal	
	Entre un término k-ésimo y un término general					
Término k-ésimo		Término general				
Numérico		C1	C1B		C4	C4B
Gráfico		C2	C2B		C5	C5B
Verbal		C3	C3B		C6	C6B

La Tabla 1 se lee de forma que la transformación se realiza desde el elemento que aparece en la primera columna en un sistema de representación determinado a la representación del elemento que aparece en la segunda columna en el sistema de representación correspondiente. Por ejemplo, T1 representa una transformación de la representación gráfica de un término k-ésimo a su representación numérica. En el caso de las transformaciones entre sistemas de representación entre un término k-ésimo y un término general, se interpretan en el mismo sentido que las otras transformaciones, mientras que las transformaciones que se dan en el otro sentido (de una representación del término general a una representación de un término k-ésimo) se nombran por C1B, C2B, C3B, C4B, C5B y C6B.

En la Figura 2 mostramos una resolución de un estudiante al problema de las baldosas e identificamos la estrategia inductiva que le corresponde según el procedimiento que hemos descrito.

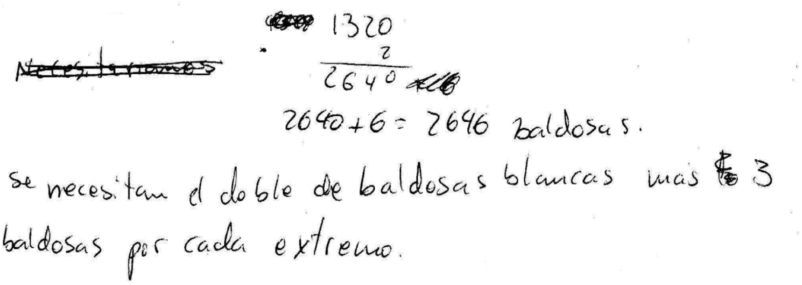


Figura 2. *Resolución de un estudiante*

Como se puede observar en la Figura 2, este estudiante realiza una transformación del sistema de representación gráfico (presente en el enunciado del problema) al sistema de representación numérico (T1, ver Tabla 1). A continuación realiza una transformación sintáctica en el sistema de representación numérico

(TSN, ver Tabla 1). Finalmente, alcanza la generalización en el sistema de representación verbal (C4, ver Tabla 1).

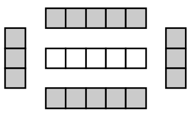
Este procedimiento se llevó a cabo para identificar las estrategias inductivas de los 359 estudiantes participantes en la investigación, lo cual nos permitió realizar un análisis de frecuencias y la descripción de la resolución de los problemas llevada a cabo por los estudiantes.

RESULTADOS

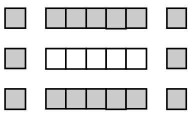
Patrones

El análisis de datos indica que el 40,7% de los estudiantes que respondieron al problema, llegan a identificar un patrón (ver Tabla 2). La mayoría de estos alumnos, descomponen el número de baldosas grises (16) que necesitan en función del número de baldosas blancas (5). Presentamos el desarrollo numérico de 16 que han utilizado estos estudiantes y la representación gráfica correspondiente, así como la respuesta adecuada (expresada entre paréntesis) a la que pueden llevar los respectivos patrones:

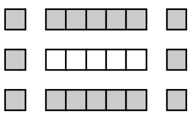
- ♦ $5\times2+6\ldots\ (1320\times2+6=2646)$



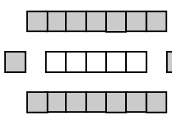
- ♦ $5\times2+2+4\ldots\ (1320\times2+2+4=2646))$



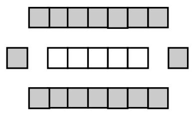
- ♦ $(5\times2+2+4)\ldots\ (1322+1322+2+2=2646)$



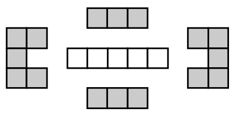
- ♦ $7+7+1+1\ldots\ (1322+1322+1+1=2646)$



- $7\times 2+2\ldots$ ($1322\times 2+2=2646$)



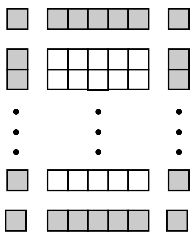
- $3\times 2+10\ldots$ ($1318\times 2+10=2646$)



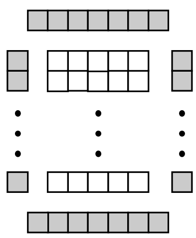
Estos seis patrones son equivalentes y expresan el número de baldosas grises en función del número de baldosas que se pongan en fila. Cada una de estas formas de descomponer el número 16 refleja un modo de visualizar un patrón a partir de la representación gráfica del enunciado. La representación gráfica de los patrones 2º y 3º; y 4º y 5º son iguales respectivamente, aunque sus expresiones desarrolladas numéricamente sean diferentes.

Se han identificado otros dos patrones en los que el número de baldosas grises está escrito en función del número de filas de baldosas blancas que se formen, teniendo en cuenta que en cada fila de baldosas blancas debe haber cinco:

- $264+264+5+5+4$ (542)



- $264+264+7+7$ (542)



Los estudiantes han expresado otros patrones sólo numéricamente, a partir de los números presentes en el caso particular que se muestra en el enunciado y lo extrapolan para el caso de las 1320 baldosas:

- 1320×2
- 1320×5
- 1320×6

- $1320+3$
- $1323+3$
- $1326+10$

Generalización

La generalización, según el marco teórico presentado, es uno de los pasos que pueden emplear los estudiantes en el problema propuesto.

Como se deduce de la Tabla 2, el 19,5% de los estudiantes que responden al problema de las baldosas, llegan a expresar la generalización (verbal o algebraicamente).

Tabla 2
Generalización-patrón

	Generalización		
Frecuencia	0	1	Total
	Patrón 0		
Absoluta	182	0	182
% del total	59,3	0,0	59,3
	Patrón 1		
Absoluta	65	60	125
% del total	21,2	19,5	40,7
	Total		
Absoluta	247	60	307
% del total	80,5	19,5	100,0

El p-valor asociado al contraste de chi-cuadrado de independencia estadística (0,000) a un nivel de significación del 95%, indica que la generalización depende de la identificación de un patrón. Además, tal y como indica la gamma asociada (1,000), se trata de una dependencia significativa en el sentido de que los alumnos que no han identificado un patrón, no llegan a expresar la generalización.

En la Tabla 3, se observa que el 85% de los alumnos que generalizan, han detectado un patrón adecuado para el problema de las baldosas (uno de los ocho primeros patrones descritos anteriormente). El 15% restante de los estudiantes que generalizan, lo consiguen después de haber identificado un patrón no adecuado al problema.

Tabla 3
Generalización-patrón adecuado

Frecuencia	Generalización 0	Generalización 1	Total
	Patrón Adecuado 0		
Absoluta	199	9	208
% del total	64,8	2,9	67,8
	Patrón Adecuado 1		
Absoluta	65	60	125
% del total	21,2	19,5	40,7
	Total		
Absoluta	48	51	99
% del total	80,5	19,5	100,0

El p-valor asociado al contraste de chi-cuadrado de independencia estadística (0,000), con un nivel de significación del 95%, indica que la expresión de la generalización depende de la identificación de un patrón adecuado. Dado que la gamma asociada es 0,918, podemos concluir que existe una fuerte dependencia de la generalización con respecto a la identificación de un patrón adecuado en este problema.

Expresión de la Generalización

Únicamente 3 estudiantes expresan la generalización de forma algebraica (ver las frecuencias de las estrategias inductivas en las que aparece C1 y C3). Teniendo en cuenta que la generalización se puede expresar verbal o algebraicamente, podemos concluir que el 95% de los estudiantes que generalizan, lo hacen verbalmente (57 de 60).

Estrategias Inductivas

Cada estrategia inductiva queda determinada por una secuencia de transformaciones cuyo significado se puede descifrar según las Tabla 1. Para el problema de las baldosas, tenemos en cuenta que el trabajo comienza con el término k-ésimo expresado gráficamente. Según las producciones de los estudiantes que generalizan, recogemos las estrategias inductivas que emplean en la resolución del problema de las baldosas en la Tabla 4.

Tabla 4.
Estrategias inductivas de los estudiantes que generalizan

	Frecuencia	
Estrategias Inductivas	Absoluta	% de los que generalizan
T1-TSN-C1-TSA	1	1,7
T1-C4	9	15
T1-TSN-C4	36	60
TSG-C1-C1B-T5	1	1,7
TSG-T1-C4	1	1,7
TSG-T1-TSN-C4	7	11,7
TSG-C4-C4B-TSN	2	3,3
T6-C3-C3B-TSN	1	1,7
C5-C4B-TSN	2	3,3

En cuanto al trabajo previo que realizan los 60 alumnos que expresan la generalización, hay 2 que generalizan directamente a partir del enunciado (C5-C4B-TSN).

De la Tabla 4 se puede deducir que el 90% (54 de 60) de los alumnos que generalizan han trabajado previamente con términos k-ésimos en el sistema de representación numérico (T1 antes de C1 o C4), el 5% ha trabajado previamente en el sistema de representación gráfico únicamente (TSG-C1-C1B-T5, TSG-C4-C4B-TSN) y el 5% restante ha hecho alguna transformación antes de generalizar, empleando únicamente el sistema de representación verbal antes de la generalización o han combinado varios sistemas de representación para los casos particulares con los que trabajan.

Destacamos el 13,4% de los alumnos que generalizan y que han combinado los sistemas de representación gráfico y numérico antes de expresar la generalización verbal (aparece TSG-T1 antes de C4).

Uso de la Generalización

Los tres alumnos que generalizan algebraicamente, muestran dos usos diferentes de la generalización: dos de ellos utilizan la expresión del término general para calcular el número de baldosas grises necesarias (emplean las estrategias inductivas TSG-C1-C1B-T5 y T6-C3-C3B); y un tercer estudiante llega a una expresión algebraica para el término general como última transformación en la resolución del problema.

De los 57 alumnos que generalizan verbalmente, cuatro la utilizan para calcular el término k-ésimo de la progresión que pregunta el problema. Esos alumnos son los que siguen las estrategias TSG-C4-C4B-TSN y C5-C4B-TSN.

CONCLUSIONES

Pese a la presencia del sistema de representación gráfico en el enunciado, la mayor parte de los alumnos que generalizan trabajan previamente en el sistema de representación numérico. Esto puede deberse a la mayor familiaridad de los estudiantes con las representaciones numéricas.

Las respuestas de los estudiantes han puesto de manifiesto la relevancia de la identificación de patrones en el proceso de generalización en el problema de las baldosas. La generalización depende, tanto de la detección de un patrón, como de la identificación de un patrón adecuado.

La mayoría de los patrones que identifican los estudiantes, son patrones adecuados al problema planteado (ver Tabla 3). Este dato, junto con la amplia variedad de patrones válidos detectados a partir de la representación gráfica que aparece en el problema, hace que podamos considerar la visualización (que llevan a cabo los estudiantes sobre el dibujo del enunciado) como un factor a tener en cuenta en las propuestas de trabajo que se planteen en la Educación Secundaria.

La predominancia de la generalización verbal hace cobrar importancia a otras formas de expresar la generalización diferentes a la algebraica. A la luz de los resultados, cabe pensar que la generalización verbal es una forma más accesible para estos estudiantes que la algebraica.

Se ha puesto de manifiesto que la generalización, ya sea verbal o algebraica, se utiliza sólo ocasionalmente para calcular el caso particular por el que pregunta el problema.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado dentro del proyecto del plan nacional de I+D+I *Representaciones, nuevas tecnologías y construcción de significados en educación matemática*, financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia y cofinanciado con fondos FEDER, con referencia SEJ2006-09056.

REFERENCIAS

Cañadas, M. C. (2007). *Descripción y caracterización del razonamiento inductivo utilizado por estudiantes de educación secundaria al resolver tareas relacionadas con sucesiones lineales y cuadráticas.* Tesis Doctoral. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

Cañadas, M. C. y Castro, E. (2006). Un procedimiento para la caracterización de estrategias en problemas de sucesiones que involucran el razonamiento inductivo. *Indivisa, Monografía IV,* 13-24.

Cañadas, M. C. y Castro, E. (2007). A proposal of categorisation for analysing inductive reasoning. *PNA, 1*(2), 67-78.

Castro, E. (1995). *Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuale*s. Tesis Doctoral. Granada: Comares.

Fou-Lai, L. y Kai-Lin, Y. (2004). Differentiation of students' reasoning on linear and quadratic geometric number pattern. En M. J. Høines y A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 457-464). Bergen: Bergen University College.

García, J. A. (1998). *El proceso de generalización desarrollado por alumnos de secundaria en problemas de generalización lineal*. Tesis Doctoral. Tenerife: Universidad de la Laguna.

Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Tesis Doctoral. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.

Hiebert, J. y Carpenter, T. (1992). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. En J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale, NJ: Lawrence Earlbaum Associates.

Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. En N. Bednarz, C. Kieran y L. Lee (Eds.), *Approaches to algebra. Perspectives for research and teaching* (pp. 65-86). Dordrecht/Boston/London: Kluwer.

National Council of Teachers of Mathematics (2003). *Principios y estándares para la educación matemática*. Sevilla: Autor y Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

Neubert, G. A. y Binko, J. B. (1992). Inductive reasoning in the Secondary classroom. Washington DC: National Education Association.

Orton, J. y Orton, A. (1994). Students' perception and use of pattern and generalization. En J. P. da Ponte y J. F. Matos (Eds.), *Proceedings of the 18th International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 407-414). Lisboa: Universidad de Lisboa.

Orton, J., Orton, A. y Roper, T. (1999). Pictorial and practical contexts and the perception of pattern. En A. Orton (Ed.), *Patterns in the teaching and learning of mathematics* (pp. 121-136). London: Cassell.

Poincaré, H. (1963). *La ciencia y la hipótesis* (A. B. Besio y J. Banti, Trad.). Madrid: Espasa-Calpe. (Trabajo original publicado en 1902)

Pólya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas* (J. Zugazagoitia Trad.) México: Trillas. (Trabajo original publicado en 1945)

Pólya, G. (1962-1965). *Mathematical discovery* (2 vols.) New York: John Wiley and Sons.

Pólya, G. (1966). *Matemáticas y razonamiento plausible*. Tecnos: Madrid.

Radford, L. (2000). Signs and meanings in students' emergent algebraic thinking: a semiotic analysis. *Educational Studies in Mathematics, 42*(3), 237-268.
Rico, L. (1997a). Consideraciones sobre el currículo de matemáticas para educación secundaria. En L. Rico (Coord.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 15-38). Barcelona: Horsori.
Rico, L. (1997b). Los organizadores del currículo de matemáticas. En L. Rico (Coord.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 39-59). Barcelona: Horsori.
Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematics, 20*(2), 147-164.
Stenning, K. y Monaghan, P. (2005). Strategies and knowledge representation. En J. P. Leighton y R. J. Sternberg (Eds.), *The nature of reasoning* (pp. 129-168). Cambridge: Cambridge University Press.

Una versión previa de este documento se publicó originalmente como Cañadas, M. C., Castro, E. y Castro, E. (2007). Patrones, generalización y estrategias inductivas de estudiantes de 3º y 4º de ESO en el problema de las baldosas. En M. Camacho, P. Flores y P. Bolea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XI. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)* (pp.283-294). Tenerife: Universidad de la Laguna.

María C. Cañadas
Universidad de Zaragoza
mconsu@unizar.es

Encarnación Castro
Universidad de Granada
encastro@ugr.es

Enrique Castro
Universidad de Granada
ecastro@ugr.es

Fe de erratas

En el pie de la primera página de los tres artículos de *PNA 2*(2) en su versión impresa, donde aparece 2007, debería aparecer 2008.